

DINAMIZÁLT VÁLTOZÓK HATÁSA LOGISZTIKUS REGRESSZIÓN ALAPULÓ CSŐDELŐREJELZÉSI MODELLEKBEN

Szántó Tünde Katalin¹

ABSZTRAKT

Tanulmányunk fókuszában a banki hitelezői scorecardok legjelentősebb részénél is alkalmazott logisztikus regresszió módszere áll. A kutatás arra a kérdésre keresi a választ, hogy a pénzügyi mutatószámok időbeli tendenciáinak figyelembevétele javítja-e a csődelőrejelzési modellek besorolási pontosságát. A kutatást egy 1527 magyar építőipari vállalkozásból álló mintán végeztük. A kapott eredmények alapján a változók dinamizálása javította a csődelőrejelzés pontosságát, főként a működő vállalkozások körében volt tapasztalható javulás a besorolási pontosságban, a változók dinamizálásával. Ennek alapján a bankoknak hitelezési döntéseik meghozatalakor érdemes lehet vizsgálni a pénzügyi mutatószámok időbeli változását is. Itt fontos különbséget tennünk a kezdő vállalkozások és a már régóta működő vállalkozások hitelezési gyakorlata között. Értelemszerűen, egy kezdő vállalkozás esetében nem lehet megvizsgálni a mutatószámok által korábbi időszakban felvett értéket, ezért egy ilyen gyakorlat elterjedése tovább mélyítheti a kezdő vállalkozások forrásbevonási lehetőségeit. Emiatt ezt a szemléletet inkább a már régóta működő vállalkozások esetében érdemes alkalmazni. A kapott eredmények arra is rámutatnak, hogy a nagyobb vállalkozások alacsonyabb eséllyel kerülnek csődveszélybe.

JEL-kódok: G33, C6, G17

Kulcsszavak: csődelőrejelzés, nemfizetési kockázat, logisztikus regresszió, dinamizálás

¹ Szántó Tünde Katalin PhD-hallgató. E-mail cím: szanto.tunde.katalin@o365.u-szeged.hu.

1. BEVEZETÉS

A modern vállalati csődelőrejelzés kezdetének az 1966-os év tekinthető, ugyanis Beaver ekkor publikálta egyváltozós diszkriminanciaanalízisen alapuló csődelőrejelzési modelljét. Az azóta eltelt évtizedekben a csődelőrejelzésre használt módszerek és technikák, valamint mutatószámok széles bővüléséről beszélhetünk, azonban még mindig nem született konszenzus arról, mely módszerek és mely mutatószámok alkalmazásával érdemes lefolytatni a vállalkozások túlélőképességének vizsgálatát.

A csődelőrejelzés során a legtöbbször statikus mutatószámokkal dolgoznak a kutatók, tehát egy adott időpontban tapasztalt helyzet alapján próbálnak meg következtetéseket levonni a vállalkozások jövőjével kapcsolatban. A csődbe kerülés azonban a legtöbbször egy hosszabb időbeli folyamat eredménye, emiatt a mutatószámok időbeli tendenciáinak vizsgálatával fontos többletinformáció vonható be a modellekbe (Nwogugu, 2007). A tanulmány arra a kérdésre keresi a választ, hogy a változók dinamizálása javítja-e a modellek besorolási pontosságát. A témában korábban születtek már kutatások, amelyek a teljes nemzetgazdaságra vonatkozóan készültek. A tanulmány azonban azt vizsgálja, hogy építőipari vállalkozások csődjének előrejelzése esetén elérhető-e magasabb besorolási pontosság a változók dinamizálásával.

Kutatásunk magyar építőipari vállalkozásokból álló mintán folyt. A mintában összesen 1527 vállalkozás szerepel, amelyből 1188 cég működő, 339 pedig olyan vállalkozás, amely ellen felszámolási eljárást indítottak, ezzel is érzékeltetve, hogy a valóságban a jól működő, egészséges cégek magasabb arányt képviselnek, mint a csődbe kerülő társaik.

A kutatás során a logisztikus regresszió módszerét alkalmaztuk. Ennek oka, hogy a bankok előszeretettel alkalmazzák ezt a módszert hitelezési gyakorlataikban (Rajka–Pollák, 2024). A logisztikus regresszió még mindig egy széles körben elterjedt módszer, bár manapság a kutatások gyakran párosítják döntési fák alkalmazásával (Márton et al., 2023). A logisztikus regresszió módszere azonban amiatt is előnyös, mert nem igényel nagy számítási kapacitást, így a vállalkozások akár saját maguk is alkalmazhatják túlélőképességük vizsgálatára. A modelleket a ROC-görbe alatti terület nagysága alapján hasonlítottuk össze, illetve a hatékonyságukat egy olyan független, tesztelő mintán is ellenőriztük, amely 105 fizetőképes és 45 csődbe került vállalkozást tartalmaz.

2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

A szakirodalomban nincs egyetértés abban, mikor beszélhetünk gazdasági csődről egy vállalkozás életében. A csőd, a fizetési képtelenség, a gazdasági kudarc, valamint a fizetés elmulasztása egyaránt gyakran használt szófordulatok a sikertelen vállalkozások megnevezésére, és jelentésük gyakran összemosisdik a vonatkozó tanulmányokban. Constand és Yazdipour (2011) szerint a csőd fogalmáról nincs egyetértés a szakirodalomban. Sharma és Mahajan (1980) szerint a gazdasági kudarc megállapítása jelenti a vállalati csődelőrejelzés legnehezebb lépését. A gazdasági kudarc fogalma a Greenwald gazdasági szótár (1973) szerint azt az eseményt jelenti, amikor a gazdasági társaság önkéntesen vagy bírósági eljárás okán felhagy az üzleti tevékenységgel, amellyel veszteséget okoz hitelezőinek. A tevékenység felhagyásának több különböző oka is lehet, például tőkevesztés, elégtelen nyereség vagy visszavonulás. A Dun & Bradstreet 1978-ban kiadott tanulmánya szerint azonban, ha a hitelezői követelések maradéktalanul teljesültek, akkor a megszűnő vállalat nem tekinthető kudarcosnak. A gazdasági kudarcok és csődök sokféle fajtája megkülönböztethető, a jogi csőd azonban egy egyértelműen meghatározható csődtípus, így tanulmányunkban a csőd jogi értelemben vett fogalmával dolgozunk.

Csődön jogi értelemben fizetési képtelenséget kell érteni; a csőd azt az eseményt jelöli, amikor a vállalkozás nem képes határidőre eleget tenni fizetési kötelezettségének. A csőd azonban nem egy hirtelen fellépő helyzet, hanem egy hosszabb folyamat, a pénzügyi nehézségek időszakának egy lehetséges kimenetele. Pénzügyi nehézségek akkor lépnek fel a vállalkozás életében, amikor értékrombolás alakul ki az eszközök nem megfelelő hatékonyságából, vagy a rosszul kialakított eszközportfólióból adódóan. Az értékrombolás miatt csökken az eszközportfólió piaci értéke, ez pedig megnöveli a vállalkozás finanszírozási áttételét. Ezek a hatások likviditási problémák kialakulásához vezetnek, majd a folyamat eredményeként fizetési képtelen állapot alakulhat ki, ami jogi értelemben véve csődöt jelent (Pálinkó–Svoób, 2016). Az a jellegzetesség, hogy a csődhelyzet hosszabb idő alatt alakul ki, lehetővé teszi a vállalkozások csődjének előrejelzését.

Magyarországon kétféle eljárás létezik fizetési képtelenség esetén. A csődeljárás egy reorganizációs típusú eljárás, amelynek célja, hogy az adós a hitelezőivel való megegyezés után újraszervezze működését, és ezt követően is gazdálkodást folytasson. Az eljárás során a végső cél egy csődegyezés megkötése az adós és a hitelező között: az adós fizetési haladékokat kap tartozásai rendezésére. Csődeljárás kizárólag az adós kérésére indítható, nem indítható el az eljárás olyan vállalkozás ellen, amely ellen már folyamatban van csődeljárás vagy felszámolási eljárás. Amennyiben a csődegyezséget nem kötik meg, az eljárás automatikusan felszámolási eljárásba fordul át. A felszámolási eljárás ezzel szemben egy likvidációs

típusú eljárás, amelynek célja nem az adós fél működésének hatékony újraszervezése, hanem az adós vállalkozás jogutód nélküli megszüntetése, amelynek során a hitelezők követeléseinek minél teljesebb körben való kielégítésére törekszenek. Felszámolási eljárás indítását mind az adós fél, mind pedig a hitelező fél kezdeményezheti (Piller, 2013).

Az utóbbi évtizedekben egyre inkább előtérbe került a vállalati csődelőrejelzés fontossága. A japán és skandináv bankrendszerekben bekövetkező bankkrízisek legfőbb oka a hitelezett vállalatok esetében bekövetkezett csőd volt, ez pedig rávilágított arra, mennyire fontos az ügyfelek túlélőképességének vizsgálata hitelezés esetén. A csődelőrejelzési modellek legfontosabb felhasználói tehát a bankok, azonban hasznosak lehetnek könyvelő cégek, valamint akár kötvényértékelő ügynökségek számára is (Virág, 2004). A csődelőrejelzési modellek esetében két alapvető típusról beszélhetünk: egyrészt megkülönböztetünk matematikai alapú, statisztikai modelleket, másrészt pedig a szimulációs kísérleteken, gépi tanuláson alapuló módszereket (Shi–Li, 2019).

A vállalkozások túlélőképességének, hitelképességének vizsgálata már régóta téma a közgazdászok körében, azonban a 20. század elején még nem álltak rendelkezésre olyan fejlett statisztikai módszerek, amelyek lehetővé tették volna a vállalkozások hatékony csődelőrejelzését. Ekkoriban még fennmaradt és már csődbe ment vállalkozások különböző mutatószámait próbálták meg összehasonlítani, és ennek alapján következtetéseket levonni a vállalkozások fizetőképességével kapcsolatban (Kristóf–Virág, 2019). Ezek a módszerek mellőzték bármilyen statisztikai módszer használatát, a kutatók kizárólag az eltérések feltérképezésére törekedtek (Fitzpatrick, 1932).

Az első modern csődelőrejelzési modellt Beaver alkotta meg 1960-ban. Munkája egyváltozós diszkriminanciaanalízisre épül. A módszer lényege, hogy egy pénzügyi mutatószám megvizsgálásával dönti el az adott vállalatról, hogy az a fizetéseképtelen vagy a túlélő kategóriába sorolható-e. A modell a korábbiakhoz képest kiemelkedő eredményekkel működött, hiszen 90 százalékos besorolási pontossággal osztályozta a vállalkozásokat (Beaver, 1966). Az egyváltozós diszkriminanciaanalízis hátránya azonban, hogy gyakran ellentmondásos eredményre vezet, ilyenkor az egyik pénzügyi mutatószám alapján túlélőként ítéltethető meg a vállalat, egy másik alapján azonban csődveszélyesként (Virág, 2004).

Edward I. Altman 1968-ban publikálta modelljét, amely már többváltozós diszkriminanciaanalízisre épül. A modell felépítésekor összesen 22 pénzügyi mutatószámot vizsgált meg, amelyekből végül ötöt emelt az előrejelzésbe, ami egy lineáris függvényanalízis, az öt változót objektív arányszámokkal súlyozva, azok összege egy „Z” értéket ad meg. „Z” értékét egy meghatározott cut-off ponthoz viszonyítva meghatározható, hogy a vállalat a túlélő vagy fizetéseképtelen kategóriába sorolandó (Altman, 1968). A modell 95 százalékos besorolási pontosságot

produkált, és a mai napig előszeretettel alkalmazzák kutatások során, főként összehasonlítási alapként (Ágoston, 2022).

Bár a többváltozós diszkriminanciaanalízis használata úttörőnek bizonyult a csődelőrejelzés terén, hiszen a segítségével már nem egymásnak ellentmondó eredmények születnek, alkalmazása során viszont problémát jelent a statisztikailag független változók használatának feltétele. A pénzügyi mutatószámok között azonban gyakran multikollinearitás áll fenn, ami ezt a kitéltet megszegi. Fontos feltétel továbbá, hogy a mutatószámok normális eloszlást kövessenek. Ezt a kitéltet oldja fel a logisztikus regresszió alapú csődelőrejelzés, amely nem igényli a változók normális eloszlását. A módszer maximum likelihood módszerével egy logisztikus regressziófüggvényt illetve a megfigyelésekre (Virág–Kristóf, 2006). Logisztikus regresszió alapuló csődmodellt először Ohlson használt csődelőrejelzésre. Modellje amiatt tekinthető úttörőnek, mert elsőként ő mutatott ki negatív irányú kapcsolatot a vállalat mérete és a fizetéseképtelenség között. Mihalovic (2016) a logisztikus regresszió és többváltozós diszkriminanciaanalízis módszerét hasonlította össze. Mindkét módszer alkalmazásával készített egy modellt, majd összevetette hatékonyságukat mind a besorolási pontosság, mind pedig a kumulált besorolási pontosságok (ROC-görbe) segítségével. Munkájában azt állítja, hogy a logisztikus regresszió alapuló modell magasabb találati aránnyal osztályozta a vállalkozásokat, mint a többváltozós diszkriminanciaanalízisen alapuló modell.

A csődelőrejelzés fejlődéstörténetének következő mérföldköve a döntési fák alkalmazása volt. Döntési fákat csődelőrejelzés területén először Frydman, Altman és Kao alkalmazott 1985-ben. A döntési fák alkalmazása rendkívül népszerű, hiszen a használatukhoz nem szükséges, hogy a korábban taglalt statisztikai feltételek teljesüljenek (Kristóf–Virág 2019). Egy gyakran alkalmazott döntési fán alapuló módszer a rekurzív parcionáló algoritmus. A módszer egyváltozós elválasztással dolgozik, lépésről lépésre kétfelé bontja az adatokat, így képezve a faágakat. A kiinduló adatsor egy olyan minta, amelyben előre ismert, mely vállalatok tartoznak a fizetőképes, és melyek a fizetéseképtelen kategóriába. A módszer egyesével vizsgálja meg a változókat, a leginkább elválasztó értékkel rendelkező változók mentén építi fel a fát azért, hogy a lehető leghomogénebb osztályokat hozza létre. Az adatokat a függő változó szempontjából csoportosítva, a csoportokon belül a variancia minimalizálására, míg az egyes csoportok között a variancia maximalizálására törekszik a módszer (Virág–Kristóf, 2006). Egy másik, szintén nagy népszerűségnek örvendő döntési fán alapuló módszer a khi-négyzet-alapú automatikus interakció-detektálás (CHAID). Ez az eljárás intervallumokra bontja a magyarázó változó értékészletét, majd páronként vizsgálva az osztályközöket, eldönti, hogy az osztályközök és a bennük szereplő vállalatok beosztása (csődös vagy fizetőképes) függetlenek-e egymástól, ha függetlenek, a két osztályközt egy-

ségesíti. A folyamat addig folytatódik, ameddig csak olyan osztályközök maradnak, amelyek statisztikailag nem függetlenek. A folyamat eredményeként a magyarázó változó értékészlete osztályközökre bomlik fel (Nyitrai, 2017).

A mesterséges intelligencia, ezen belül is a neurális hálók használata a csődelőrejelzésben az 1990-es években kezdődött. A neurális hálók több, egymáshoz kapcsolódó neuronból állnak, és szemben a korábban tárgyalt módszerekkel, tanulással szerzik meg a képességüket. A neuronok összekapcsolódásának módja minden háló esetében különböző. A neurális hálók példákön keresztül tanulnak, a kellőképpen megedzett hálók pedig már használhatók előrejelzésre más adatokon is (Kristóf, 2005).

Du Jardin (2010) szerint a csődelőrejelzésre használt módszerek teljes száma meghaladja az 50-et. Éppen az alkalmazható modellek magas száma miatt a kutatók az új modellek kidolgozása helyett egyre inkább a meglévő eljárások tökéletesítésére törekcszenek (Nyitrai, 2014). Ez több irányból is történhet, egyrészt a magyarázó változók körének bővítésével, másrészt pedig a belőlük kinyerhető információ minél teljesebb körű felhasználásával (Nyitrai, 2017). Ez utóbbira teszünk kísérletet a változók dinamizálásával.

A csődelőrejelzés területén sokáig statikus modelleket alkalmaztak a kutatók, vagyis csak egyetlen időpontban tapasztalható állapot alapján próbáltak meg következtetéseket levonni a vállalkozás jövőjével kapcsolatban. A fizetésképtelen állapot kialakulása azonban nem egy hirtelen bekövetkező esemény, hanem egy időbeli folyamat, emiatt a pénzügyi mutatók időbeli dinamikájának figyelembevétele fontos új kutatási irány a csődelőrejelzés területén (Nyitrai, 2017).

Chen és szerzőtársai (2013) kritizálták a vállalati csődelőrejelzés statikus jellegét, ugyanis meglátásuk szerint az idősorokból kinyerhető adatok nem veszik figyelembe a vállalkozások működésének folyamatjellegét, hanem egy konkrét időpontban, a mérlegkészítés időpontjában tapasztalható helyzet alapján vonnak le következtetéseket a vállalkozás jövőjével kapcsolatban, ezzel pedig jelentős információk vesznek el.

Nwogugu (2007) szerint a vállalkozások csődbe kerülése nem egy hirtelen kialakult helyzet, hanem egy hosszabb időbeli folyamat eredménye, amelyet a csőd modellezésekor is figyelembe kell venni. Niklis és szerzőtársai (2014) úgy gondolják, hogy a mutatószámok időbeli tendenciáinak figyelembevétele fontos kutatási terület lesz a jövőben.

A modellek dinamizálásában két fő irány uralkodik. Az egyik irány, hogy a pénzügyi mutatók értékeiben az egyik évről a másikra bekövetkezett változások nagyságát alkalmazzák magyarázó változóként. A másik módszer, hogy nem csak a csődesemény bekövetkezését megelőző $t - 1$ -edik üzleti év pénzügyi adatait hasz-

nálják fel a magyarázó változók elkészítésekor, hanem a korábbi üzleti évek adatait is (Nyitrai–Virág, 2007).

3. A VIZSGÁLT MINTA ÉS AZ ALKALMAZOTT MÓDSZER

A kézirat alapjául szolgáló minta egy összesen 1527 építőipari vállalkozásból álló adatsor. A mintában szereplő vállalkozások közül 1188 cég még működő, 339 pedig olyan vállalkozás, amely ellen jelenleg felszámolási eljárás zajlik, ezzel is érzékeltetve, hogy a valóságban a fizetőképes vállalkozások nagyobb arányt képviselnek a gazdaságban, mint a csődbe kerülők. Az adatok forrása a Crefoport adatbázis. Az építőipar választását egyrészt az iparágnak a magyar nemzetgazdaságban betöltött, fontos szerepe indokolja, másrészt pedig az, hogy egyes becslések szerint az építőiparban a nehéz helyzetű vállalkozások aránya meghaladja az 5 százalékot. Emiatt a piaci belépési korlátok és az üzleti kockázat is magasabb ebben az iparágban (Hegedűs, 2023). További érv az építőipar vizsgálata mellett, hogy az iparág kifejezetten érintett a láncartozások jelenségében (Limpek et al., 2016).

3.1. A vizsgált minta

A kutatást 2014 és 2018 közötti beszámolók adatai alapján készítettük el. Ennek oka az volt, hogy a Covid-járvány okozta torzító hatást mindenképpen el szeretnénk volna kerülni. A koronavírus-járványt követő lezárások hatására ugyanis olyan vállalkozások is csődbe kerültek, amelyek korábban pénzügyi szerkezetükben nem tűntek veszélyeztetettnek (Boratynska, 2021). Ezt a torzító hatást elkerülendő, a mintába nem kerültek be a Covid-időszakban érintett beszámolóadatok. A mintába olyan, jelenleg is működő vállalkozásokat emeltünk be, amelyek a vizsgált időszakban legalább 5 főt foglalkoztattak, valamint legalább 2013 óta, azaz a vizsgálat időpontjához képest minimum 5 éve működnek. Ennek oka, hogy a jól működő, fizetőképes vállalkozások működésük első néhány évében pénzügyi szerkezetükben gyakran hasonlítanak a csődös vállalkozásokhoz, ami a kutatás során torzító lehet (Du Jardin, 2010). Összesen 1188 működőképes vállalkozást emeltünk a mintába.

A mintába 339 olyan vállalkozás került be, amely ellen jelenleg felszámolási eljárás folyik. Ezek olyan vállalkozások, amelyek beszámolói a csődöt megelőzően legalább 3 évre visszamenőleg rendelkezésre álltak.

A legnagyobb arányban a 4120-as TEÁOR-kódú vállalkozások szerepelnek a mintában, ez a *lakó- és nem lakóépület építése* tevékenységi kört jelenti. A csődbe került vállalkozások 39 százaléka rendelkezik ezzel a fő tevékenységi körrel. Máso-

dik legnagyobb arányban az *épületépítési projekt szervezése* fő tevékenységi körű vállalkozások szerepelnek a mintában, harmadik legnagyobb arányban pedig a *víz-, gáz-, fűtés-, légkondicionáló-szereléssel* foglalkozó cégek kerültek a mintába. Mind a tanuló, mind pedig a tesztlő minta felépítése során egyszerű véletlen mintavételt alkalmaztunk.

3.2. Az alkalmazott módszer

A kutatás során a logisztikus regresszió módszerét választottuk, ez a módszer ugyanis még mindig nagyon népszerű a bankok körében az ügyfelek túlélőképességének vizsgálatakor (Rajka–Pollák, 2024). A logisztikus regresszió jól használható a magyarázó változók és a bináris válaszadás valószínűsége között. Az eredményváltozó egy dummy változó, ami vállalati csődelőrejelzés esetén a fizetőképesség vagy fizetéképtelen kategóriákat jelenti. A módszer esetén nem szükséges előzetes feltételezéssel élnünk a vállalkozás túlélésével vagy csődbe kerülésével kapcsolatban (Kim et al., 2021). A folyamat során a maximum likelihood módszerével egy logisztikus regressziófüggvényt illesztünk a megfigyelésekre. A módszer olyan együtthatókat keres, amelyekkel a modell a legjobb illeszkedést biztosítja (Ágoston, 2022). A független változók súlyozásával egy 'Z' értéket kapunk, amely a vállalatok csődbe jutásának valószínűségét fejezi ki (Virág–Kristóf, 2006).

A logisztikus regressziós formula (Virág–Kristóf, 2006) a következő:

$$\Pr(\text{fizetőképesség}) = \frac{e^z}{1+e^z} = \frac{e^{\beta_0 + \sum \beta_j Z_j}}{1 + e^{\beta_0 + \sum \beta_j Z_j}}, \quad (1)$$

ahol „Pr” a csőd bekövetkezésének valószínűsége, „ β_j ” a regressziós együtthatók, „ Z_j ” pedig a független változók.

A módszer nagy előnye, hogy nem igényli a változók normális eloszlását, valamint az egyező kovariancia mátrixokat a két osztályban. A módszer alkalmazásakor fontos a változók számának észszerű csökkentése, ezért többlépéses eljárás során szükséges meghatározni a legjobb paramétereket (Székelyi–Barna, 2002). Ezt a legtöbbször a backward elimination eljárással hajtják végre. A módszer egyével hagyja el a modell kevésbé szignifikáns változóit. Egy-egy változó elhagyása után mindig újraszámolja a regressziós együtthatókat és a p-értékeket, amíg csak kellően szignifikáns változók maradnak. A végső modell a kollinearitást, a szignifikanciát és a besorolási pontosságot együttesen figyelembe véve készül el. A regressziós paraméterek meghatározása után fontos lépés a cut-off érték meghatározása. Ez a függvény függő változójának az az értéke, amelyhez a vállalatokat viszonyítva eldönthető, hogy a csődös vagy a fizetőképesség kategóriába sorolandók be (Virág–Kristóf, 2006).

Az eljárás hátránya, hogy érzékeny a kiugró értékekre, ami azonban a pénzügyi mutatók egyik sajátossága, különösen csődbe került vállalkozásokra jellemző. Emiatt fontos az adatbázis kiugró adatainak kezelése a kutatást megelőzően (Nyitrai, 2017). A szakirodalomban nincs egyetértés abban, vajon mi tekinthető kiugró (outlier) adatnak. Gyakran statisztikai hüvelykujjszabályok alkalmazásával történik a kiugró értékek definiálása, ilyenkor azokat az értékeket tekintik kiugrónak, amelyek valamely szórássterjedelmen kívül esnek. Ezzel a megközelítéssel azonban az a probléma, hogy a kiugró adatok kezelése után a változók szórásának értéke megváltozik, így az új szórással számolva olyan mutatószámok is kiugrónak minősülnek, amelyek előtte nem. Az újonnan meghatározott szórásokkal való ellenőrzést addig kell folytatni, ameddig már nem adódik új kiugró érték a szórás megváltozása után (Nyitrai–Virág, 2017). Emiatt tanulmányunkban a kiugró értékek meghatározására az SPSS-program beépített funkcióját használtuk, amely meghatározza a kiugró adatokat a mintára vonatkoztatva.

A kiugró adatok kezelésére szintén nincs egyöntetűen elfogadott módszer a kutatók körében. Két olyan eljárás van, amelyet a leggyakrabban alkalmaznak. Az outlier adatok kezelése történhet oly módon, hogy a kiugrónak minősülő értéket helyettesítik a hozzá legközelebb eső, de már nem kiugró értékkel (Nyitrai–Virág, 2017). Egy másik módszer a kiugró adatokat tartalmazó megfigyelések elhagyása a mintából (Nyitrai, 2017). A kutatás során a kiugró értékek helyettesítését választottuk a hozzájuk legközelebb eső, de már nem kiugró értékkel, ugyanis korábbi kutatások során ezt a módszert találták célravezetőnek magyar vállalkozások csődjének előrejelzésekor (Szántó, 2023).

4. A MODELLEK

Az 1. táblázat a megvizsgált mutatószámokat és kiszámításuk módját mutatja be. Modelljeinkbe a szakirodalomban leggyakrabban előforduló pénzügyi mutatószámokat vontuk be.

1. táblázat

A vizsgált mutatószámok és számításuk módja

	Mutató megnevezése	Számítás módja
X_1	Likviditási ráta	Forgóeszközök / Rövid lejáratú kötelezettségek
X_2	Likviditási gyorsráta	(Forgóeszközök – Készletek) / Rövid lejáratú kötelezettségek
X_3	Cash flow / Kötelezettségek	(Adózott eredmény + Értékcsökkenési leírás) / Kötelezettségek
X_4	Cash flow / Rövid lejáratú kötelezettségek	(Adózott eredmény + Értékcsökkenési leírás) / Rövid lejáratú kötelezettségek
X_5	Tőkeellátottság	(Befektetett eszközök + Készletek) / Saját tőke
X_6	Forgóeszközök aránya	Forgóeszközök / Mérlegfőösszeg
X_7	Eszközök forgási sebessége	Értékesítés nettó árbevétele / Mérlegfőösszeg
X_8	Készletek forgási sebessége	Értékesítés nettó árbevétele / Készletek
X_9	Követelések forgási ideje	Követelések / Értékesítés nettó árbevétele
X_{10}	Eladósodottság	Kötelezettségek / Mérlegfőösszeg
X_{11}	Saját tőke aránya	Saját tőke / Mérlegfőösszeg
X_{12}	Vagyonarányos nyereség	Adózott eredmény / Saját tőke
X_{13}	Bonitás	Kötelezettségek / Saját tőke
X_{14}	Árbevétel-arányos nyereség	Adózott eredmény / Értékesítés nettó árbevétele
X_{15}	Eszközarányos nyereség	Adózott eredmény / Mérlegfőösszeg
X_{16}	Követelések / Rövid lejáratú kötelezettségek	Követelések / Rövid lejáratú kötelezettségek
X_{17}	Nettó forgótőke aránya	(Forgóeszközök – Rövid lejáratú kötelezettségek) / Mérlegfőösszeg
X_{18}	Vállalat mérete	Az eszközállomány természetes alapú logaritmusa
X_{19}	Befektetett eszközök hosszú lejáratú kötelezettségekkel fedezett aránya	Hosszú lejáratú kötelezettségek / Befektetett eszközök

Forrás: saját szerkesztés

Az általános tapasztalat azt mutatja, hogy azok a változók működnek a legjobban a csődbe kerülés valószínűségének meghatározásakor, amelyek a hitelt felvevők viselkedését írják le; ezen változók magasabb pontosságot eredményeznek, mint például a pénzügyi mutatószámok alkalmazása. Továbbá a számviteli adatok gyengeségeként jegyezhető meg, hogy a mérleg- és eredménykimutatás-adatok bizonyos körülmények között manipulálhatók (Cziglerné, 2020). A probléma azonban az, hogy nem léteznek olyan adatbázisok, amelyek segítségével a hitel-felvevők viselkedése megfigyelhető lenne (Mikolasek, 2018). A csődelőrejelzés gyakorlatában emiatt általános a pénzügyi mutatószámok használata, hiszen a beszámoló adatai bárki számára nyilvánosan elérhetők. A scoringrendszerek objektív tényezőkön alapulnak, és vizsgálatuk kiterjed a vállalkozások működésének egész területére, ezáltal átfogó képet ad a gazdálkodásukról (Zéman et al., 2018). Kutatásunkban emiatt, a szakirodalmi tapasztalatokkal összhangban, csak pénzügyi mutatószámokat alkalmazunk.

A logisztikus regresszió alkalmazásakor problémát jelenthet a változók között fennálló multikollinearitás, emiatt ennek vizsgálata szükséges a modell felállítása előtt (Kristóf, 2005). A változók közötti multikollinearitás kiszűrésére a varianciainflációs tényezőt (VIF) használtuk. Egy változó VIF-értéke a korrelációs mátrix inverzének megfelelő diagonálisbeli értékéből kapható meg, a mutatószám azt becsüli meg, hogy mekkora mértékben növekszik a regressziós együtthatók varianciája a multikollinearitás miatt (Vörösmarty–Dobos, 2020). A szakirodalomban nincs egyetértés abban, hogy a VIF mekkora értékétől beszélhetünk multikollinearitásról. A leggyakrabban alkalmazott határérték az 5, így a végső modellbe olyan változót nem emeltünk be, amelynek a VIF-értéke meghaladta volna az 5-öt.

4.1. A csak statikus változókat tartalmazó modell

A modell megalkotásakor a már korábban taglalt 19 pénzügyi mutatószámot vizsgáltuk meg, a változók szelektálása a Wald-féle backward elminiation módszerrel történt, a beléptetési kritériumot 5%-os, a kiléptetési kritériumot pedig 10%-os értéken határoztuk meg. A program összesen 4 változót talált szignifikánsnak, a Likviditási ráta, a Tőkeellátottság, a Követelések forgási ideje és a Vállalat mérete mutatók kerültek a végső modellbe (2. táblázat).

2. táblázat

A csak statikus változókat tartalmazó modell

	B	S. E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
X_1	-0,001	0,001	1,074	1	0,003	0,999
X_5	-0,071	0,026	7,617	1	0,005	0,931
X_9	0,001	0,000	22,992	1	0,000	1,001
X_{18}	-0,712	0,049	208,291	1	0,000	0,491
Constant	11,518	0,883	170,022	1	0,000	100529,303

Forrás: saját szerkesztés

A csak statikus változókat tartalmazó modell a következő egyenlettel írható fel:

$$Z = \frac{e^{11,518 + (-0,001 \times X_1) + (-0,071 \times X_5) + (0,001 \times X_9) + (-0,712 \times X_{18})}}{1 + e^{11,518 + (-0,001 \times X_1) + (-0,071 \times X_5) + (0,001 \times X_9) + (-0,712 \times X_{18})}} \quad (2),$$

ahol

X_1 = likviditási ráta

X_5 = tőkeellátottság

X_9 = követelések forgási ideje

X_{18} = vállalat mérete

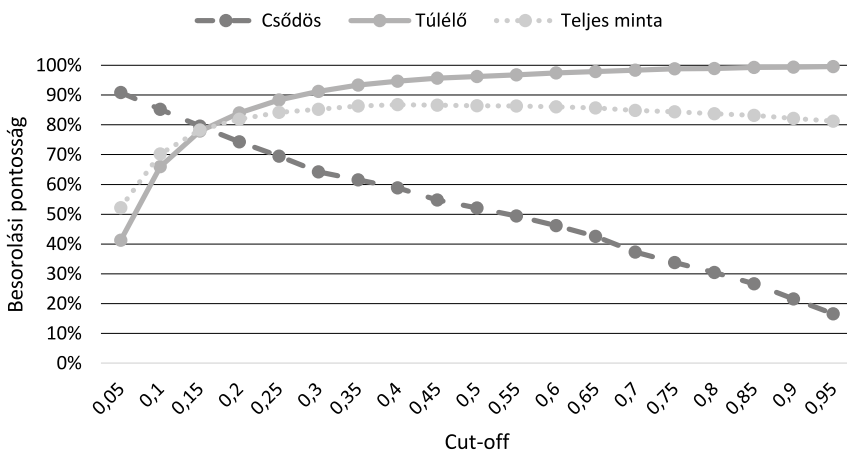
A cut-off értékének optimalizálásakor figyelembe vettük, hogy a vizsgált minta a teljes gazdasághoz hasonlóan sokkal magasabb arányban tartalmaz fizetőképes vállalkozásokat, mint fizetéképteleneket, emiatt nem lehet csak arra hagyatkozni, hogy a teljes hibaarányt minimalizáljuk, mert ez az elsőfajú hibák magas arányához vezethet. Elsőfajú hibán azt értjük, amikor a modell szerint egy vállalatot túlélőnek kell minősíteni, a valóságban azonban csődbe került a vállalkozás. Az első- és másodfajú hibák különféle relatív költségeket rejtnek magukban. A bankok a hitelezési döntéseik meghozatalára gyakran használnak csődelőrejelzési modelleket (Nyitrai–Virág, 2017). Banki szempontból nézve elsőfajú hiba esetén egy valójában csődbe kerülő vállalatot fizetőképesnek tekintenek, azaz, ha ennek a vállalkozásnak hitelt folyósít a bank, elveszitheti a kihelyezett tőkét és az esetleges kamatbevételeket. Másodfajú hiba esetében azonban egy valójában hitelképes adóst tévesen hitelképtelennek minősítenek. Bár mindkét esetben veszteséget szenved el a bank, az elsőfajú hibák sokkal nagyobb nehézségeket okoznak a számára (Zavgren, 1985).

A teljes mintára vonatkozó maximális besorolási pontosság 0,4-es cut-off-érték mellett adódna (1. ábra). Ekkor a túlélő vállalkozások 94,7%-át, valamint a fizetés-

képtelen vállalkozások 58,8%-át osztályozná helyesen. Az elsőfajú hibák magas aránya miatt azonban ez a cut-off érték nem tekinthető optimálisnak.

1. ábra

A statikus modell besorolási pontossága különböző cut-off értékek mellett



Forrás: saját szerkesztés

Az optimális cut-off érték meghatározásánál egy olyan értéket választottunk ki, amely mellett a teljes mintára vonatkozóan kellően magas besorolási pontosság érhető el az elsőfajú hibák alacsonyan tartása mellett. A csak statikus változókat tartalmazó modell esetén ez az érték 0,175. Ekkor a modell a túlélő vállalkozások 81,40%-át, a csődös vállalkozások 78,17%-át sorolja be pontosan, a teljes mintára vonatkozó besorolási pontosság pedig 80,68% (3. táblázat). Az elsőfajú hibák aránya, azaz, amikor a modell egy valójában csődös vállalkozást tévesen túlélőnek sorolt be, 4,85%, a másodfajú hibák aránya pedig 14,47%. Látható, hogy a kiugró adatok kezelése után az elkészült modell besorolási pontossága magasabb, mint a kiugró adatok kezelése nélkül adódó modell.

3. táblázat

A statikus modell besorolási pontossága

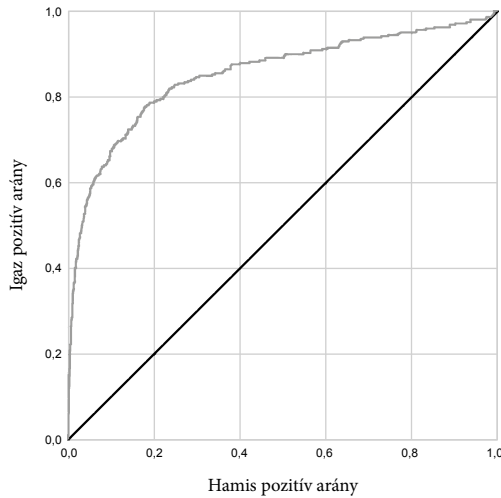
	Helyesen besorolt, db	Helytelenül besorolt, db	Pontosság, %
Túlélő	967	221	81,40%
Csődös	265	74	78,17%
Összesen	1232	295	80,68%

Forrás: saját szerkesztés

A 2. ábra a kumulált besorolási pontosság görbáját (ROC-görbe) mutatja be, ebben az esetben a ROC-görbe alatti terület 85,2 százalékos.

2. ábra

A statikus modell ROC-görbéje



Forrás: saját szerkesztés

4.2. A statikus és dinamikus változókat is tartalmazó modell

Az eddig taglalt modell statikus jellegű volt, vagyis nem vette figyelembe a vállalatok működésének folyamatjellegét; a vállalkozás egy adott időpontban tapasztalható helyzete alapján próbált meg következtetéseket levonni a cég jövőjével kapcsolatosan. A csődelőrejelzési modellek elkészítése legtöbbször a csődöt megelőző üzleti év beszámolóinak adatai alapján történik. A fizetésektelen állapot kialakulása azonban nem egy hirtelen bekövetkező esemény, hanem egy időbeli folyamat, emiatt a pénzügyi mutatók időbeli dinamikájának figyelembevétele egy fontos új kutatási irány a csődelőrejelzés területén (Nyitrai, 2017). A modellek dinamizálásában két fő irány uralkodik. Az egyik irány, hogy a pénzügyi mutatók értékeiben az egyik évről a másikra bekövetkezett változások nagyságát alkalmazzák magyarázóváltozóként. A másik módszer, hogy nem csak a csődeseemény bekövetkezését megelőző $t - 1$ -edik üzleti év pénzügyi adatait használják fel a magyarázó változók elkészítésekor, hanem a korábbi üzleti évek adatait is (Nyitrai-Virág, 2006). A pénzügyi mutatósorokból többféleképpen formálhatók olyan változók, amelyek azt ragadják meg, hogyan viszonyul a vállalat legkésőbb

megfigyelt pénzügyi mutatója az azonos mutató által korábbi években felvett értékekhez. Tanulmányunkban a Nyitrai (2017) által javasolt formulát alkalmaztuk, amely az előbb említett két módszert ötvözi (Nyitrai, 2017):

$$\frac{X_{i,t-1} - X_{i,\min_{[t-2;t-n]}}}{X_{i,\max_{[t-2;t-n]} - X_{i,\min_{[t-2;t-n]}}} \quad (3)$$

A kapott érték azt mutatja meg, hogy a vállalkozás i -edik pénzügyi mutatószáma a legutoljára megfigyelt üzleti évben hogyan viszonyul azokhoz a mutatószám által felvett értékekhez, amelyeket a megfigyelt vállalat pénzügyi mutatója az utolsó előtti megfigyelt évig felvett (Nyitrai, 2017).

A kiugró adatok kezelésére ebben az esetben is az outlier adatok helyettesítését alkalmaztuk a hozzájuk eső legközelebbi, de már nem kiugró értékkel. Összesen 38 mutatószámot vizsgáltunk meg a modell felállítása során, az alkalmazott mutatószámok a korábban bemutatásra került 19 pénzügyi mutatószám statikus, illetve a Nyitrai (2017) által javasolt formula alkalmazásával adódó dinamikus változatából tevődnek össze. A változók szelektálása a Wald-féle backward elimination-módszerrel zajlott, a beléptetési kritériumot 5%-os, a kiléptetési kritériumot 10%-os szinten határoztuk meg. A változók szelektálása során 7 változó bizonyult szignifikánsnak, a dinamikus mutatószámok közül a Cash flow / Kötelezettségek arány és a Saját tőke arány dinamizált változata került a végső modellbe. A statikus mutatószámok közül a Cash flow / Rövid lejáratú kötelezettségek, a Tőkeellátottság, a Forgóeszközök aránya, a Vagyonarányos nyereség, illetve a Vállalat mérete változók kerültek a modell végső változatába (4. táblázat).

4. táblázat

Az elkészült dinamikus modell

	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
D_3	-0,121	0,024	25,052	1	0,000	0,886
D_{11}	-0,047	0,009	25,245	1	0,000	0,954
X_4	-0,008	0,005	2,861	1	0,001	0,992
X_5	-0,038	0,021	3,298	1	0,009	0,963
X_6	0,841	0,362	5,401	1	0,020	2,319
X_{12}	0,040	0,023	3,211	1	0,013	1,041
X_{18}	-0,697	0,056	155,208	1	0,000	0,498
Constant	10,484	1,081	94,130	1	0,000	35748,067

Forrás: saját szerkesztés

A Cash flow / Kötelezettségek arány, illetve a Cash flow / Rövid lejáratú kötelezettségek változók statikus változatai között nagyon erős korreláció figyelhető meg, mivel a mintában szereplő vállalkozások hosszú lejáratú kötelezettségeinek aránya alacsony. Minthogy a végső modellben a Cash flow / Kötelezettségek dinamizált változata, illetve a Cash flow / Rövid lejáratú kötelezettségek változó statikus formája is szerepel, ebben az esetben különösen fontos hangsúlyozni, hogy a modellben szereplő változók között a varianciainflációs faktor (VIF) értékei alapján nem tapasztalható multikollinearitás (5. táblázat). A VIF-érték, a multikollinearitás detektálására alkalmas mutató azt becsüli meg, mennyivel növekszik a regressziós együtthatók varianciája a multikollinearitás miatt. A szakirodalomban nincs egyetértés abban, hogy a VIF mekkora értékétől beszélhetünk egyértelmű multikollinearitásról a változók között. A leggyakrabban alkalmazott határérték az 5, így tanulmányunkban mi is ehhez az értékhez viszonyítottuk a VIF-értékeket (Vörösmarty–Dobos, 2020).

5. táblázat

A dinamikus modell változói közötti multikollinearitás

	Kollinearitás statisztika VIF
D_3	1,071
D_{11}	1,475
X_4	1,098
X_5	1,000
X_6	1,664
X_{12}	1,001
X_{18}	1,153

Forrás: saját szerkesztés

A végső dinamikus modell tehát a következő egyenlettel írható fel:

$$Z = \frac{e^{10,484+(-0,121 \times D_3)+(-0,047 \times D_{11})+(-0,008 \times X_4)+(-0,038 \times X_5)+0,841 \times X_6+0,04 \times X_{12}+(-0,697 \times X_{18})}}{1+e^{10,484+(-0,121 \times D_3)+(-0,047 \times D_{11})+(-0,008 \times X_4)+(-0,038 \times X_5)+0,841 \times X_6+0,04 \times X_{12}+(-0,697 \times X_{18})}} \quad (4)$$

D_3 = Cash flow / Kötelezettségek dinamikus változata

D_{11} = Saját tőke arányának dinamizált változata

X_4 = Cash flow / Rövid lejáratú kötelezettségek

X_5 = Tőkeellátottság

X_6 = Forgóeszközök aránya

X_{12} = Vagyonarányos nyereség

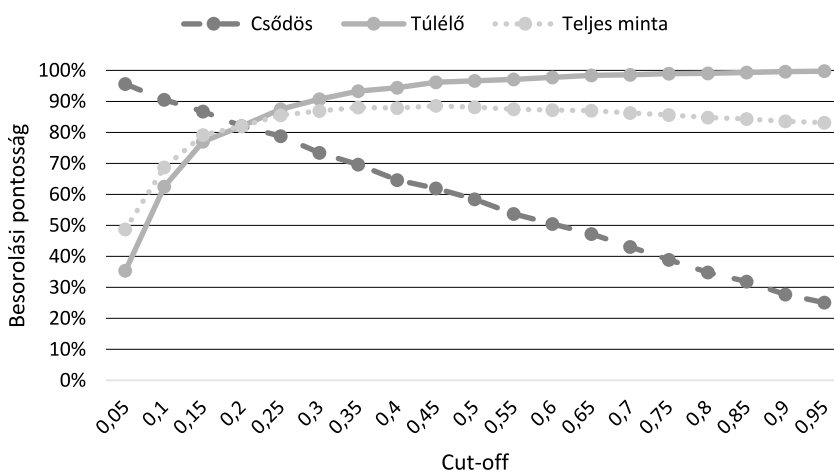
X_{18} = Vállalat mérete

A vállalat mérete mindkét modell esetében szignifikánsnak bizonyult, valamint mindkét modell esetében negatív előjellel szerepel a változók között. Ez azt mutatja, hogy minél nagyobb egy vállalat mérlegfőösszege, annál inkább csökken a csődbe kerülésének valószínűsége.

A cut-off értékének optimalizálásakor ismét figyelembe vettük, hogy a vizsgált minta a teljes gazdasághoz hasonlóan sokkal magasabb arányban tartalmaz fizetőképes vállalkozásokat, mint fizetéképteleneket, emiatt nem lehet csak arra hagyatkozni, hogy a teljes hibaarányt minimalizáljuk, mert ez az elsőfajú hibák magas arányához vezethet. A teljes mintára vonatkozó maximális besorolási pontosság akkor adódna, ha a cut-off értéke 0,45 lenne, ekkor a teljes mintán 88,54%-os találati aránnyal dolgozik a modell, a helyesen besorolt csődbe kerülő vállalkozások aránya azonban ekkor mindössze 61,95% lenne (3. ábra).

3. ábra

A dinamikus változókat is tartalmazó modell besorolási pontossága különböző cut-off értékek mellett



Forrás: saját szerkesztés

A cut-off optimális értéke 0,205, ekkor a modell a csődös vállalkozások esetében 81,71%-os pontosságú, a túlélő vállalkozásokat pedig 82,91%-os találati aránnyal osztályozza, ezáltal a teljes besorolási pontossága 82,65% (6. táblázat). Az elsőfajú hibák aránya, vagyis amikor a modell tévesen túlélőként definiál egy valójában fizetéképtelen vállalkozást, 4,06%, a másodfajú hibák aránya pedig 13,29%. A dinamikus változókat is alkalmazó modell besorolási pontossága magasabb, mint a kiugró adatok szintén helyettesítéssel történő kezelésével kapott, kizárólag statikus változókat tartalmazó modell besorolási pontossága, amely modell a túlélő

vállalkozások 81,4%-át, illetve a csődbe került vállalkozások 78,11%-át kategorizálta pontosan.

6. táblázat

A dinamikus modell besorolási pontossága

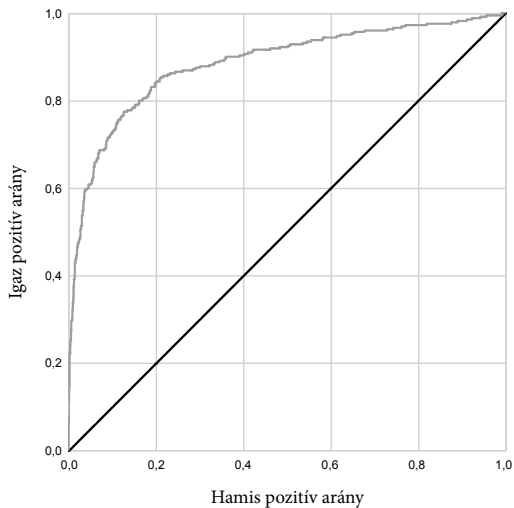
	Helyesen besorolt, db	Helytelenül besorolt, db	Pontosság, %
túlélő	985	203	82,91%
csődös	277	62	81,71%
Összesen	1262	265	82,65%

Forrás: saját szerkesztés

A ROC- görbe alatti területek összehasonlítása alapján szintén a dinamikus modell alkalmazása előnyösebb. A dinamikus modell esetében a ROC-görbe alatti terület 88,4 százalékos, amely magasabb, mint a csak statikus modell esetén adódott érték (4. ábra).

4. ábra

A dinamikus modell ROC-görbéje



Forrás: saját szerkesztés

5. AZ ELKÉSZÜLT MODELLEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA EGY TESZTELŐ MINTÁN

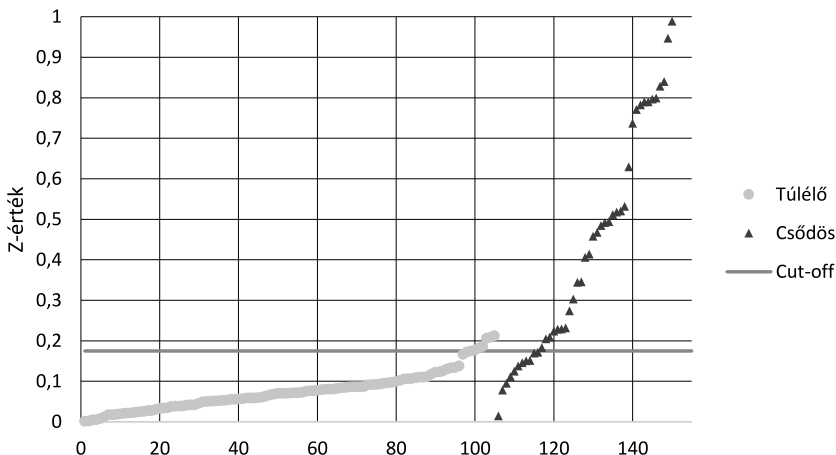
Az elkészült csődelőrejelzési modellek pontosságát egy független, tesztelő mintán is ellenőriztük. Ez a minta 150 db építőipari vállalkozást tartalmaz, amelyből 45 vállalkozás felszámolás alatt áll, 105 cég pedig működő, fizetőképes vállalat.

5.1. A csak statikus változókat tartalmazó modell besorolási pontossága a tesztelő mintán

Az 5. ábra a csak statikus változókkal készült modell besorolási pontosságát ábrázolja a csődöt megelőző évben. A modell teljes besorolási pontossága 88,67%, a túlélő vállalkozások 94,29%-át, valamint a fizetéseképtelen cégek 75,56%-át sorolta be helyesen. Az elsőfajú hibák aránya 7,33%, míg a másodfajú hibák aránya 4%.

5. ábra

A statikus változókat tartalmazó modell besorolási pontossága a tesztelő mintán



Forrás: saját szerkesztés

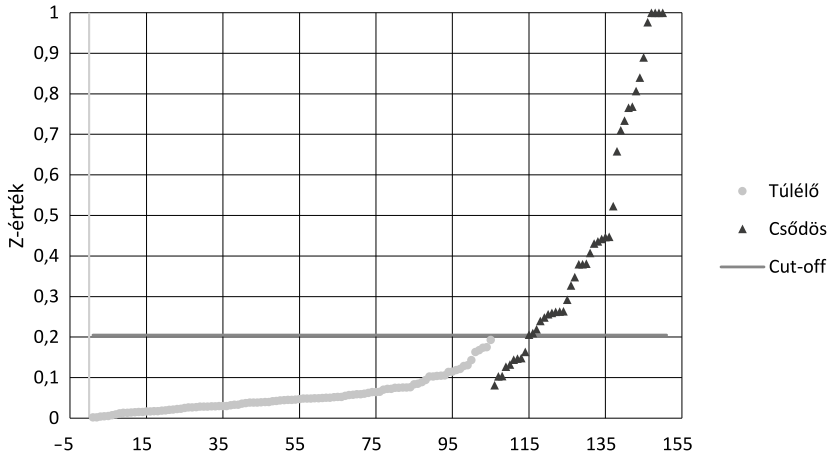
5.2 A dinamikus változókat is tartalmazó modell pontossága a tesztelő mintán

A felszámolási eljárás kezdete előtt egy évvel a dinamikus változókat is tartalmazó modell a csődbe kerülő vállalkozások 75,56%-át helyesen sorolta be a fizetéseképtelen kategóriába. A túlélő vállalkozások osztályozása 100%-ban pontos

volt, a teljes besorolási pontosság tehát 92,9% (6. ábra). Az elsőfajú hibák aránya a tesztelő mintára vonatkozóan 7,33%, másodfajú hiba a túlélő vállalkozások 100%-os találati aránya miatt nem merült fel.

6. ábra

A dinamikus változókat is tartalmazó modell pontossága 1 évvel a csőd előtt



Forrás: saját szerkesztés

Az elkészült dinamikus változókat is tartalmazó modell mind a tanuló, mind pedig a tesztelő mintán magasabb találati aránnyal működött, mint a csak statikus változókat tartalmazó modell (7. táblázat).

7. táblázat

Az elkészült csődelőrejelzési modellek pontossága a tesztelő és tanuló mintán

		Túlélő cégek besorolása, %	Csődös cégek besorolása, %	Teljes minta pontossága, %
Statikus modell	Tanuló minta	81,4	78,17	80,68
	Tesztelő minta	94,29	75,56	88,67
Dinamikus modell	Tanuló minta	82,91	81,71	82,65
	Tesztelő minta	100	75,56	92,9

Forrás: saját szerkesztés

6. ÖSSZEGZÉS

Tanulmányunkban a logisztikus regresszió módszerének alkalmazásával készítettünk el csődelőrejelzési modelleket. Egy modell csakis statikus változókat, míg a másik modell statikus és dinamikus változókat is tartalmazott azzal a céllal, hogy megvizsgálhassuk, javítja-e a modellek besorolási pontosságát a pénzügyi mutatószámok időbeli tendenciáinak figyelembevétele a csődelőrejelzés során.

A vizsgált minta összesen 1527 magyar építőipari vállalkozást tartalmazott, amelyből 1188 cég még működő, 339 pedig olyan vállalkozás, amely ellen felszámolási eljárást indítottak. A kapott eredményeket egy független, tesztelő mintán is ellenőriztük, amely 105 túlélő és 45 csődbe került céget tartalmazott. A kutatás korlátjaként szükséges megemlítenünk, hogy mind a tanuló, mind pedig a tesztelő minta kialakítása során egyszerű véletlen mintavételt alkalmaztunk, a kialakított minta tehát nem reprezentatív.

Mindkét modell esetében negatív előjellel szerepel a vállalat mérete a magyarázó változók között, ami azt jelenti, hogy a mérlegfőösszeg növekedésével a vállalkozás csődbe kerülésének a valószínűsége csökken.

A kapott eredmények alapján a ROC-görbe alatti terület nagyobb a dinamikus változókat is tartalmazó modellek esetében. A besorolási pontosságokat megvizsgálva szintén azt mondhatjuk, hogy a dinamikus változókat is tartalmazó modell nagyobb találati arányt ért el. A kapott eredmények alapján a bankoknak a hitelezési gyakorlatukba érdemes lehet bevonni a mutatószámok időbeli tendenciáinak vizsgálatát is. Itt fontos lehet különbséget tenni a kezdő vállalkozások és a már régóta működő vállalkozások hitelezési gyakorlatában. Értelemszerűen, egy kezdő vállalkozás esetében nem lehet megvizsgálni a mutatószámok által korábbi időszakban felvett értéket, ezért egy ilyen gyakorlat elterjedése tovább mélyítheti a kezdő vállalkozások forrásbevonási lehetőségeit. Emiatt ezt a szemléletet inkább már régóta működő vállalkozások esetében érdemes alkalmazni.

HIVATKOZÁSOK

- Altman, E. I. (1968): Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4), 589–609. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1968.tb00843.x>.
- Ágoston, N. (2022): Mesterséges intelligencia és gépi tanulási módszerek a vállalati fizetéseképtelenség becslésére. *Statistikai Szemle*, 100, 586–609. <https://doi.org/10.20311/stat2022.6.hu0584>.
- Beaver, W. H. (1966): Financial ratios as predictors of failure. *Journal of Accounting Research*, 4, 71–111. <https://doi.org/10.2307/2490171>.
- Boratynska, K. (2021): A New Approach for Risk of Corporate Bankruptcy Assessment during the COVID-19 Pandemic. *Journal of Risk and Financial Management*, 14, 590–604. <https://doi.org/10.3390/jrfm14120590>.

- Chen, N. – Riberio, B. – Viera, A. – Chen, A. (2013): Clustering and visualization of bankruptcy trajectory using self-organizing map. *Expert Systems with Applications*, 40(1), 385–393. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2012.07.047>.
- Constand, L. R. – Yazdipour, R. (2011): Firm failure prediction models: a critique and a review of recent developments. In: Yazdipour, R. (ed.), *Advances in Entrepreneurial Finance: With Applications from behavioral Finance and Economics* (185–204), New York: Springer Science and Business Media. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7527-0_10.
- Du Jardin, P. (2010): Predicting bankruptcy using neural networks and other classification methods: The influence of variable selection techniques on model accuracy. *Neurocomputing*, 73, 2047–2060. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2009.11.034>.
- Cziglerné Erb, E. (2020): A reziduálisjövedelem-modell újbóli megjelenése a vállalatok és a beruházási projektek értékelésében. *Pénzügyi Szemle*, 3, 430–442. https://doi.org/10.35551/PFQ_2020_3_7.
- Dun & Bradstreet (1978): *The Business Failure Record*. New York: Dun & Bradstreet Inc.
- Fitzpatrick, P. (1932): A comparison of the ratios of successful industrial enterprises with those of failed companies. *Certified Public Accountant*, 6, 727–731.
- Greenwald, D. (1973): *The McGraw-Hill Dictionary of Modern Economics: A Handbook of Terms and Organizations*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Hegedűs, Sz. (2023): A nehéz helyzet kialakulásának és magyarázó változóinak vizsgálata a magyar kkv-szektorban. *Gazdaság és Pénzügy*, 10, 57–79. <https://doi.org/10.33926/gp.2023.1.4>.
- Kim, H. – Cho, H. – Ryu, D. (2022): Corporate Bankruptcy Prediction Using Machine Learning Methodologies with a Focus on Sequential Data. *Computational Economics*, 59, 1231–1249. <https://doi.org/10.1007/s10614-021-10126-5>.
- Központi Statisztikai Hivatal* (2022): Helyzetkép az építőiparról, 2022.
- Kristóf, T. (2005): A csődelőrejelzés sokváltozós statisztikai módszerei és empirikus vizsgálata. *Statisztikai Szemle*, 9, 841–863.
- Kristóf, T. – Virág, M. (2019): A csődelőrejelzés fejlődéstörténete Magyarországon. *Vezetéstudomány*, 12, 62–73. <https://doi.org/10.14267/veztud.2019.12.06>.
- Limpek, Á. – Kosztopolosz, A. – Balogh, P. (2016): Késedelmes fizetés, tartozási láncok – A Dél-Alföld régió kis- és középvállalkozásainak pénzügyi kultúrája. *Statisztikai Szemle*, 94, 365–387. <https://doi.org/10.20311/stat2016.04.hu0365>.
- Márton, A. – Fiáth, A. – Kristóf, T. (2023): Állami energiavállalatok pénzügyi teljesítménye Magyarországon a koronavírus-járvány előtt és alatt. *Közgazdasági Szemle*, 70, 1057–1076. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2023.10.1057>.
- Mihalovic, M. (2016): Performance comparison of multiple discriminant analysis and logit models in bankruptcy prediction. *Economics & Sociology*, 9, 101–118. <https://doi.org/10.14254/2071-789x.2016/9-4/6>.
- Mikolasek, A. (2018): A hitelkockázati modellek alkalmazásának néhány problémája. *Gazdaság és Pénzügy*, 3, 248–257. <https://bankszovetseg.hu/Public/gep/2018/imp%20jav%20248-257Mikolasek%20Andrasuj.pdf>.
- Niklis, D. – Doumpos, M. – Zopounidis, C. (2014): Combining market and accounting-based models for credit scoring using a classification scheme based on support vector machines. *Applied Mathematics and Computation*, 234, 69–81. <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2014.02.028>.
- Nwogugu, M. (2007): Decision-making, risk and corporate governance: A critique of methodological issues in bankruptcy/recovery prediction models. *Applied Mathematics and Computation*, 185(1), 178–196. <http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2005.11.178>.
- Nyitrai, T. (2014): Növelhető-e a csőd-előrejelző modellek előre jelző képessége az új klasszifikációs módszerek nélkül? *Közgazdasági Szemle*, 5, 566–585.

- Nyitrai, T. (2017) Stock és flow típusú számviteli adatok alkalmazása a csődelőrejelző modellekben. *Vezetéstudomány*, 48, 68–77. <https://doi.org/10.14267/veztud.2017.09.07> .
- Nyitrai, T. – Virág, M. (2017): A pénzügyi mutatók időbeli tendenciájának figyelembevétele logisztikus regresszióra épülő csődelőrejelző modellekben. *Statisztikai Szemle*, 1, 5–28. <https://doi.org/10.20311/stat2017.01.hu0005> .
- Pálinkó, É. – Svoób, Á. (2016): A vállalati csőd bekövetkezésének fő okai és a csődhöz vezető folyamat. *Pénzügyi Szemle*, 4, 528–543.
- Piller, Zs. (2013): A fizetésektelenségi eljárások illeszkedési módjai nemzetközi összehasonlításban. *Pénzügyi Szemle*, 2, 151–164.
- Rajka, L. – Pollák, Z. (2024) Mesterséges intelligencia a hitelkockázati modelleknél, avagy mire képesek a gépi tanulási algoritmusok a hagyományos modellekhez képest. *Gazdaság és Pénzügy*, 11, 246–273. <https://doi.org/10.33926/gp.2024.3.1>.
- Sharma, S. – Mahajan, V. (1980): Early Warning Indicators of Business Failure. *Journal of Marketing*, 44(4), 80–89. <https://doi.org/10.1177/002224298004400412>.
- Shi Y. – Li X. (2019/a): A bibliometric study on intelligent techniques of bankruptcy prediction for corporate firms. *Heliyon*, 5.
- Shi Y. – Li X. (2019/b): An overview of bankruptcy prediction models for corporate firms: A systematic literature review. *Intangible Capital*, 15, 114–127.
- Szántó, T. K. (2023): Kiugró értékek kezelése logisztikus regresszió alapuló csődelőrejelzési modellek esetén. *Pénzügyi Szemle*, 69, 91–106. https://doi.org/10.35551/PFQ_2023_3_5.
- Székelyi, M. – Barna, I. (2002): Túlélőkészlet az SPSS-hez. Budapest: *Typotex Kiadó*.
- Virág, M. (2004): A csődmodellek jellegzetességei és története. *Vezetéstudomány*, 10, 24–32.
- Virág, M. – Kristóf, T. (2006): Iparági rátákon alapuló csődelőrejelzés sokváltozós statisztikai módszerekkel. *Vezetéstudomány*, 37, 25–35. <https://doi.org/10.14267/veztud.2006.01.04> .
- Vörösmarty, Gy. – Dobos, I. (2020): A vállalatméret hatása a zöldbeszerzési gyakorlatra. *Statisztikai Szemle*, 4, 301–323. <https://doi.org/10.20311/stat2020.4.hu0301> .
- Zavgren, C. V. (1985): Assessing the vulnerability to failure of American industrial firms: a logistic analysis. *Journal of Business Finance & Accounting*, 12(1), 19–45.
- Zéman, Z. – Hegedűs, Sz. – Molnár, P. (2018): Az önkormányzati vállalkozások hitelképességének vizsgálata credit scoring módszerrel. *Pénzügyi Szemle*, 2, 182–200.

